$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

跨越多学科的广义投入产出分析

Jinshan Wu

北京师范大学系统科学学院

January 11, 2019

报告的主要内容

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

1. 报告的目的
2. 整个方法的思想：从联系的角度看问题
3. 广义投入产出分析的理论和方法
4. 广义投入产出分析的应用
5. 讨论时间、致谢
6. 后续活动

报告的目的

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

1. 介绍一下前人的经济学Leontief投入产出分析（LIOA）
2. 介绍一下L前人的IOA用于经济学和环境科学、国际贸易的研究
3. 介绍融合LIOA和PageRank、目标外界、封闭系统等的广义投入产出分析（GIOA）
4. 对比GIOA和LIOA，尤其当用于环境科学问题的时候
5. 介绍广义投入产出分析的几个应用例子
6. 真正的目的：希望更多人用这个方法开展研究工作
7. 直接的目的：为“广义投入产出分析讨论班”做一个铺垫
8. 我们有思想、有方法，寻找领域专家来提问题、找数据、解读结果

思想部分主要内容

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

- 举例经济部门的影响力来阐述一类问题和分析方法
- 典型问题举例
- 问题、思想和方法的小结

典型问题

$e^{\pm\beta H}$ / Z

- 在一个相互依赖的元素构成的系统中，每个个体的影响力如何衡量
- 尤其是，当直接贡献（例如经济产出）仅仅有某些少数部门产出的时候？直接孤立起来看每个部门的总产出吗
- 如何才能让整体系统表现“更好”
- 系联 $=$ 联系^1 $+$ 联系^2 $+$ 联系^3 $+\cdots$ 的具体实现
- 举例：经济部门、学科领域、专利部门、汉字和概念学习、企事业部门、文章专利个体、化学反应物、基因、产业对环境的影响

部分典型问题的展开

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

- 每一个汉字都在实际语言中被使用，哪一个汉字应该被优先学习：使用频率，依赖关系，构字层次和多少

部分典型问题的展开

$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

- 每一个概念都在实际科学研究和专利中被使用，哪一个汉字应该被优先学习，或者用于评价创新以及影响力？

部分典型问题的展开

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

- 每一篇文章或者专利都在被引用或者使用，它们的影响力如何大概排个序（推荐）？

部分典型问题的展开

$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

- 每一个部门都在生产中发挥作用，某些部门得不到直接的收入，如何衡量它们的重要性？交通、研发

部分典型问题的展开

$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

- 一个国家消费的某产品主要靠进口，其排放主要在出口国，如何看这些消费者对环境的影响？

部分典型问题的展开

$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

- 每一个汉字都在实际语言中被使用，哪一个汉字应该被优先学习：使用频率，依赖关系，构字层次和多少
- 每一个概念都在实际科学研究和专利中被使用，哪一个汉字应该被优先学习，或者用于评价创新以及影响力？
- 每一篇文章或者专利都在被引用或者使用，它们的影响力如何大概排个序（推荐）？
- 每一个部门都在生产中发挥作用，某些部门得不到直接的收入，如何衡量它们的重要性？交通、研发
- 一个国家消费的某产品主要靠进口，其排放主要在出口国，如何看这些消费者对环境的影响？
- 共性：某个外在的重要性，通过内部元素的依赖关系，传播起来，来看
- 直接效益和结构效益的结合

讨论这些问题的基本思想

$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

- 生产某产品的直接和间接消耗的思想：$X = Y + BY + B^2Y + \cdots = (1 - B)^{-1} Y$
- 同时也是分解的思想：$\delta X = (1 - B)^{-1} \delta Y$，例如$\delta Y = [1, 0, \cdots]^T$
- 流量分配系统的稳定分布的思想：$X^T = X^T M$，$X = MX$
- HEM（假想去掉某部门或者连边的方法）的思想：$B^{(-j)}$，$M^{(-j)}$
- 区分封闭和开放系统

理论部分主要内容

$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

- 传统经济学开放系统最终需求投入产出分析和目标外界投入产出分析
- 封闭系统投入产出分析
- 从投入产出分析看PageRank
- 关键：通过计算矩阵本征向量、本征值、逆来综合考虑直接和间接关系
- 计算举例：单个国家的经济、环境投入产出分析

定义和核心方程

- 先从一个封闭系统$\left(x_j^i\right)_{N\times N}$开始，代表从部门$i$进入到部门$j$的产品（的钱）的多少
- 定义$X^i=\sum_j x_j^i$，$X_i=\sum_j x_i^j$，$B_j^i=\frac{x_j^i}{X^j}$，$MB_j^i=\frac{x_j^i}{X^i}$, $M_j^i=X^i\delta_j^i$
- 则$X^i=\sum_{j=1}^{(N-1)}\frac{x_j^i}{X^j}X^j+x_N^i\Rightarrow X=B^{(-N)}X+Y\Rightarrow X=\left(1-B^{(-N)}\right)^{-1}Y$
- 或者MB的最大左本征矢量$\langle P|\, MB=\langle P|$ （$\sum_i P_i MB_j^i=P_j$）

定义和核心方程

$e^{\pm\beta H}$

Z

- 先从一个封闭系统$\left(x^i_j\right)_{N\times N}$开始，代表从部门$i$进入到部门$j$的产品（的钱）的多少
- 定义$X^i=\sum_j x^i_j$，$X_i=\sum_j x^j_i$，$B^i_j=\frac{x^i_j}{X^j}$，$MB^i_j=\frac{x^i_j}{X^i}$，$M^i_j=X^i\delta^i_j$
- 则$X^i=\sum_{j=1}^{(N-1)}\frac{x^i_j}{X^j}X^j+x^i_N\Rightarrow X=B^{(-N)}X+Y\Rightarrow X=\left(1-B^{(-N)}\right)^{-1}Y$
- 或者MB的最大左本征矢量$\langle P|\,MB=\langle P|$ （$\sum_i P_i MB^i_j=P_j$）
- 前者就是经济学Loentief投入产出分析，后者就是流分配矩阵的稳定分布（PageRank）
- 实际计算中PageRank强行增加了一个产生等权输出矢量的外界部门（同时忽略这个增加的外界对X^i的影响），$P=(1-\alpha)\,PMB+\alpha E\Rightarrow P=\alpha E\,(1-\alpha MB)^{-1}$

定义和核心方程

- 先从一个封闭系统$\left(x_j^i\right)_{N\times N}$开始，代表从部门$i$进入到部门$j$的产品（的钱）的多少
- 定义$X^i=\sum_j x_j^i$，$X_i=\sum_j x_i^j$，$B_j^i=\frac{x_j^i}{X^j}$，$MB_j^i=\frac{x_j^i}{X^i}$, $M_j^i=X^i\delta_j^i$
- 则$X^i=\sum_{j=1}^{(N-1)}\frac{x_j^i}{X^j}X^j+x_N^i\Rightarrow X=B^{(-N)}X+Y\Rightarrow X=\left(1-B^{(-N)}\right)^{-1}Y$
- 或者MB的最大左本征矢量$\langle P|\,MB=\langle P|$ （$\sum_i P_iMB_j^i=P_j$）
- 前者就是经济学Loentief投入产出分析，后者就是流分配矩阵的稳定分布（PageRank）
- 实际计算中PageRank强行增加了一个产生等权输出矢量的外界部门（同时忽略这个增加的外界对X^i的影响），$P=(1-\alpha)\,PMB+\alpha E\Rightarrow P=\alpha E\,(1-\alpha MB)^{-1}$
- $MB=M^{-1}BM$

定义和核心方程，续

$e^{\pm\beta H}$
$\overline{Z}$

- $Q_B = BQ_B$右本征矢量平庸，$Q^j_B = X^j_B$
- $Q_{MB} = MBQ_{MB}$右本征矢量平庸，$Q^i_{MB} = 1$
- 实际上，B和MB的左右本征矢量一一对应
  - $PMB = P \Rightarrow PM^{-1}BM = P \Rightarrow \left(PM^{-1}\right)B = \left(PM^{-1}\right) \Rightarrow PM^{-1} = Q \Rightarrow P = QM$
  - 也就是说，求MB的左矢量（PageRank）就相当于求B的左矢量（单位产出的影响力）
  - 从此以后只有B了，$MB = M^{-1}BM$
- 实际上，还可以定义矩阵F和MF，用X_i

定义和核心方程，续

- 得到$X=(1-B)^{-1}Y$之后，我们就可以放进去任意的Y，例如$e_1=(1,0,0,\cdots)^T$，分解，某产品的需求对整个生产的影响
- 专门拿出来当外界的部门N可以是任何一个部门，部门N增加一个单位的对部门i的需求e^i_N对整体经济的影响
- 叫做目标外界投入产出分析（第一个推广）
- 封闭系统HEM（第二个推广）就是看看再去掉一个部门或者一个连边之后会怎样，$B\to B^{(-k)}$的本征值和左右本征矢量、$\left(1-B^{(-N-k)}\right)^{-1}$的逆

关键、拓展和应用举例

- **任何一个能够表达成矩阵本征值本征矢量或者矩阵逆的问题**，都可以用以上的方法研究，例如化学反应方程的不动点
- 可能有组合溢出效益，也就是对比矩阵$\left(1-B^{(-N)}\right)^{-1}$，$\left(1-B^{(-k)}\right)^{-1}$和$\left(1-B^{(-N-k)}\right)^{-1}$
- 可能有组合溢出效益，也就是对比矩阵$B^{(-N)}$，$B^{(-k)}$和$B^{(-N-k)}$的本征值和本征矢量

广义投入产出分析方法小结

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

- 开放系统目标外界投入产出分析$X = \left(1 - B^{(-k)}\right)^{-1} Y$，$Y_i = x_k^i$
- 封闭系统投入产出分析非平庸本征矢量$\lambda Q = BQ$或者$\lambda Q = QB$
- HEM（去掉一个部门、边）用于开放或者封闭系统：$Q^{(-k)}$的本征值和矢量、逆
- 考察投入端的F
- 从投入产出分析看PageRank：
  1. 从封闭系统来看$\langle P| MB = \langle P|$, 就是$\langle Q| B = \langle Q|$，同时$\langle P| = \langle Q| M$
  2. PageRank加上等权外界$P = (1 - \alpha) PMB + \alpha E \Leftrightarrow P = \alpha E M^{-1} (1 - (1 - \alpha) B)^{-1} M$
  3. 个性化外界$P = PMB^{(-e)} + Y$，$Y_i = x_i^e$，等价于$P = YM^{-1} \left(1 - B^{(-e)}\right)^{-1} M$
- 关键数学和思想：矩阵本征向量、本征值、逆来综合考虑直接和间接关系、组合溢出效益

Toy Model：仅以目标外界投入产出分析为例

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

Table: 两个经济生产部门，一个消费者和劳动力部门，两个环境部门构成的系统。

from \ to	agri	indu	fd	row sum
c_1, agri (rice, ton)	1	20	10	31
c_2, indu (fabric, bolt)	10	20	50	80
fd, consumers (labor, hour)	200	400	0	600
e_1, water supply (water, ton)	10	20	5	35
e_2,water waste("-"sign, water, ton)	9	15	4	28

整体投入产出矩阵

- 定义$B^i_j = \frac{x^i_j}{X^j}$
- 完整的B的数值，经济子系统的B的数值

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{31} & \frac{20}{80} & \frac{10}{600} \\ \frac{10}{31} & \frac{20}{80} & \frac{50}{600} \\ \frac{200}{31} & \frac{400}{80} & 0 \\ \frac{10}{31} & \frac{20}{80} & \frac{5}{600} \\ \frac{9}{31} & \frac{15}{80} & \frac{4}{600} \end{bmatrix}, B^{-e} = \begin{bmatrix} \frac{1}{31} & \frac{20}{80} & \frac{10}{600} \\ \frac{10}{31} & \frac{100}{80} & \frac{50}{600} \\ \frac{200}{31} & \frac{400}{80} & 0 \end{bmatrix}. \tag{1}$$

某个流向fd的流的经济影响力

$e^{\pm\beta H}/Z$

- 选取fd来当外界

$$B^{(-e-fd)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{31} & \frac{20}{80} \\ \frac{10}{31} & \frac{100}{80} \end{bmatrix}, \tag{2}$$

- Leontief逆$L^{-e-fd} = \left(1 - B^{-e-fd}\right)^{-1}$,

$$L^{(-e-fd)} = \frac{1}{1 - B^{(-e-fd)}} = \begin{bmatrix} \frac{93}{80} & \frac{31}{80} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

- 影响力的分解形式，

$$\delta X = L^{(-e-fd)} \delta Y = \begin{bmatrix} \frac{93}{80} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{31}{80} \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

对于

$$\delta Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

某个流向fd的流的经济影响力，验算

$$e^{\pm\beta H} \over Z$$

- 总影响力X的计算，当

$$Y = \begin{bmatrix} 10 \\ 50 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

的时候

$$X = L^{(-e-fd)} Y = 10 \times \begin{bmatrix} \frac{93}{80} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} + 50 \times \begin{bmatrix} \frac{31}{80} \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 \\ 80 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

- 正好就是所有的产出
- 也就是所有的产出中，有第一（二）项这么多是为了提供$x_{fd}^{c_1}$（$x_{fd}^{c_2}$）的

某个流向c_1的流的经济影响力

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

- 选取c_1来当外界

$$B^{(-e-c_1)} = \begin{bmatrix} \frac{10}{31} & \frac{100}{80} \\ \frac{200}{31} & \frac{400}{80} \end{bmatrix}. \tag{8}$$

- Leontief逆$L^{-e-c_1} = (1 - B^{-e-c_1})^{-1}$,

$$L^{(-c_1)} = \frac{1}{1 - B^{(-c_1)}} = \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{4} \\ 15 & \frac{9}{4} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

- 影响力的分解形式,

$$\delta X = L^{(-c_1)} \delta Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{9}{4} \end{bmatrix}, \tag{10}$$

对于

$$\delta Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

某个流向c_1的流的经济影响力，验算

$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

- 总影响力X的计算，当

$$Y = \begin{bmatrix} 10 \\ 200 \end{bmatrix}, \tag{12}$$

的时候

$$10 \begin{bmatrix} 3 \\ 15 \end{bmatrix} + 200 \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{9}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80 \\ 600 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

- 正好就是所有的产出
- 也就是所有的产出中，有第一（二）项这么多是为了提供$x_{c_1}^{c_2}$（$x_{c_1}^{fd}$）的

某个流向c_1的流的环境影响力

$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

- 选取c_1来当外界

$$\bar{\mathcal{L}}^{-e-c^l} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{5}{7} & \frac{4}{35} & \frac{2}{35} \\ 0 & \frac{16}{7} & \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{80}{7} & \frac{10}{7} & \frac{12}{7} \end{bmatrix}, \tag{14}$$

$$\mathcal{L}^{e-c^l} = B^e_{\text{econ}} \bar{\mathcal{L}}^{-e-c^l} = \begin{bmatrix} \frac{10}{31} & \frac{297}{248} & \frac{563}{4960} \\ \frac{9}{31} & \frac{2363}{2480} & \frac{4509}{49600} \end{bmatrix}. \tag{15}$$

某个流向c_1的流的环境影响力，验算

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

- 总环境影响力X^e的计算，当

$$Y^{econ} = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \\ 200 \end{bmatrix}, \tag{16}$$

的时候

$$X^e = \mathcal{L}^{e-c^l} Y^{econ} = 1 \times \begin{bmatrix} \frac{10}{31} \\ \frac{9}{31} \end{bmatrix} + 10 \times \begin{bmatrix} \frac{297}{248} \\ \frac{2363}{2480} \end{bmatrix} + 200 \times \begin{bmatrix} \frac{563}{4960} \\ \frac{4509}{49600} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 \\ 28 \end{bmatrix}. \tag{17}$$

- 正好就是所有的环境负担
- 也就是所有的环境负担中，有第一（二）项这么多是为了提供$x_{c_1}^{c_2}$（$x_{c_1}^{fd}$）的

应用部分主要内容

$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

- 科学学：论文影响力（对文论、对专利、对文明）、学科领域、国家间引用、专利到学科
- 汉字学习和概念学习：汉字的音形义联系、论文到概念的学习、技能到概念的学习
- 经济和环境：经济部门的地位和相互影响、政策、贸易和贸易战、价格、环境排放
- 管理：部门地位和相互影响、关键个体的发现
- 一些例子：化学流平衡分析、基因敲除发现关键基因、旅游产业的二氧化碳排放贡献

几个例子的大概描述

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

- 经济学：经济部门的地位和相互影响、政策、贸易和贸易战、价格
- 科学学：学科领域、国家间引用、专利到学科、国家间流动
- 汉字学习：论文到学习
- 管理：部门地位和相互影响、关键个体的发现
- 其他人的工作：化学流平衡分析、基因敲除发现关键基因、旅游产业的二氧化碳排放贡献

经济学：经济部门的地位和相互影响、政策、贸易战、价格 $\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

- 典型问题：消费者的需求变化导致的生产的变化
- 解决方案：生产某产品需要的中间产品都算上，都需要哪一些$X\left(x_{N}^{i}\right)=(1-B)^{-1}\left(0,\cdots,0,x_{N}^{i},0,\cdots\right)^{T}$
- i部门的重要性可以由$\left|X\left(x_{N}^{i}\right)\right|=\sum_{k}X^{k}\left(x_{N}^{i}\right)$描述
- 还可以用HEM，看去掉哪个部门对矩阵$(1-B)^{-1}$的影响最大
- 直接总产出X^{i}、消费者直接最终需求x_{N}^{i}、直接总投入X_{i}和前面两个算出来的综合量不一定排序相同
- 资源、政策、技术可以表现为某条边或者某个部门消失了，减少了，增加了
- 环境可以变成加上去的一个部门

科学学：学科领域、国家、专利到学科

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

- 典型问题：科学领域内部对整个学科或者对某个领域起到最主要支撑作用的领域是什么，联系专利以后，对整体专利或者对某个专利起到最主要支撑作用的领域
- 也可以把支撑改成拉动
- 和经济学的问题完全类似
- 用文章之间的引用关系，加上文章所属的领域，建立领域之间的投入产出矩阵
- 不过，研究领域构成的是一个天然的封闭系统，没有什么领域是“消费者”部门，除非加上专利
- 所以，采用封闭系统投入产出分析（$1-\lambda^{(-k)}$），或者目标外界

物理学的各个分支的影响力

- 领域影响力排序，考虑$1-\lambda^{(-k)}$和一个领域的被引用次数、文章数量的相关性

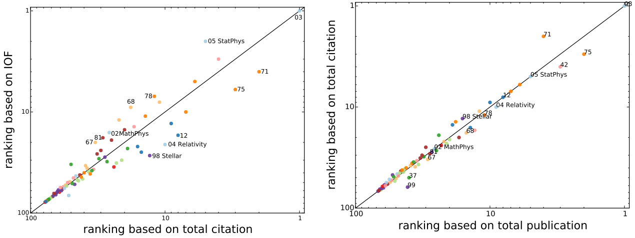


Figure: 领域总发文数量、总被引次数和投入产出计算得到的影响力的比较。关注05 (StatPhys)、02 (MathPhys)、04 (Relativity) 以及98 (Stellar)这些突出的领域。

国家间的对比

- 构造国家之间的引文投入产出关系矩阵，用封闭系统投入产出分析

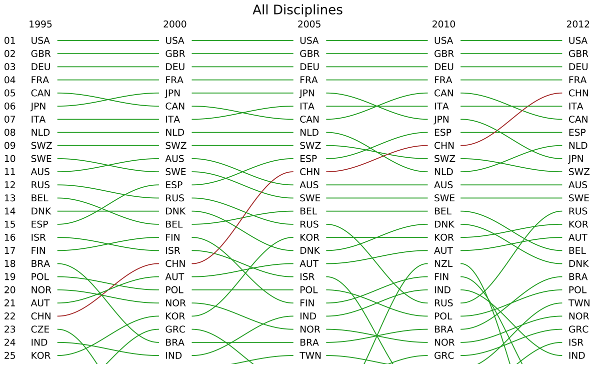
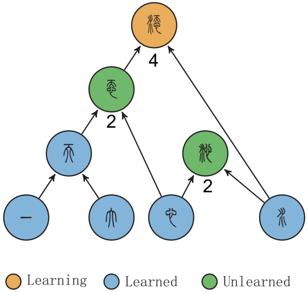


Figure: 国家的影响力排名

汉字学习：论文到学习

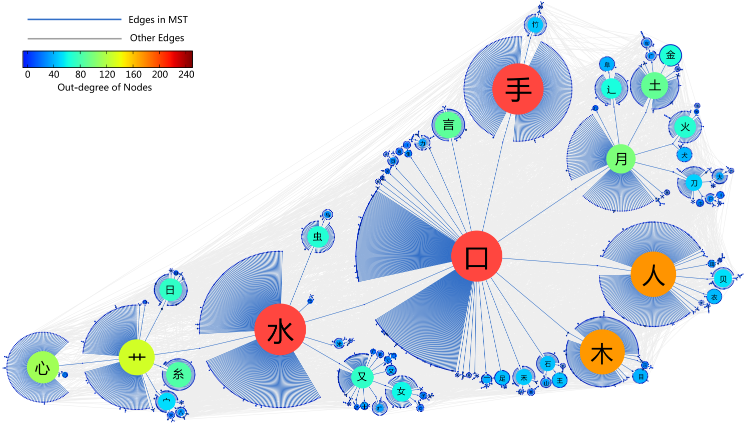
- 从论文（语料）统计出来概念（汉字）的出现的频率（矢量W）
- 找到概念（汉字）之间的逻辑关系（矩阵A）



- 问：什么样的学习顺序可以用上概念（汉字）之间的逻辑关系
- 问：有没有能够用上概念（汉字）之间的依赖关系的检测算法

汉字结构地图

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$



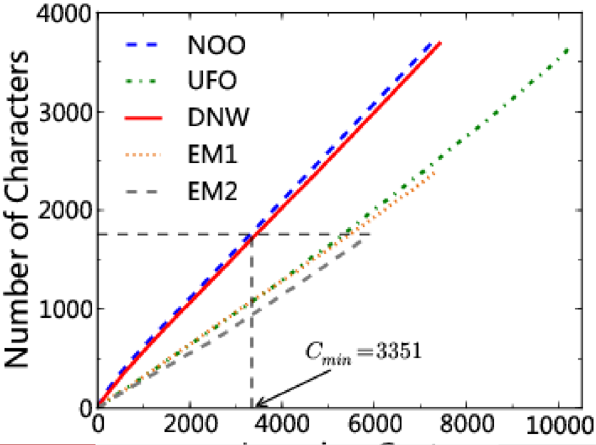
汉字学习顺序的效果

$e^{\pm\beta H} / Z$

- 个性化PageRank：$P = P\hat{A} + W$，其中矩阵$\hat{A}$来自于邻接矩阵A，W是使用频率
- 开放系统投入产出：$P = \hat{A}P + W$
- 目前我们用的是个性化PageRank（补充一个对比）

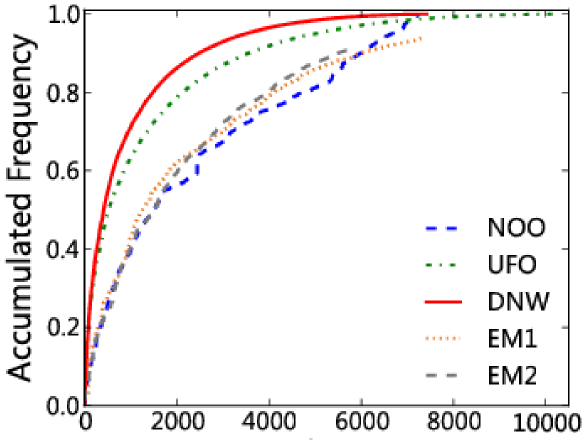
汉字学习顺序的效果，总字数

- 固定成本下，按照学习总字数比较以下五种编排方式：字频、层次、分布式顶点权、人教版小学语文、某对外汉语教材



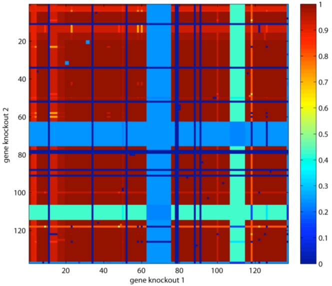
汉字学习顺序的效果，总使用频率

- 固定成本下，按照学习累积频率比较以下五种编排方式：字频、层次、分布式顶点权、人教版小学语文、某对外汉语教材



流平衡分析用于系统生物学

- 生物体中化学反应的功能模块、层级结构
- 生物体中关键反应物、关键反应。模拟基因敲除



Supplementary Figure 8 Gene knockout screen on glucose under aerobic conditions. Each of the 136 genes in the core *E. coli* model were knocked out in pairs, and the resulting relative growth rates were plotted. In this figure, genes are ordered by their b number. Some genes are always essential, and result in a growth rate of 0 when knocked out no matter which other gene is also knocked out. Other genes form synthetic lethal pairs, where knocking out only one of the genes has no effect on growth rate, but knocking both out is lethal. Growth rates in this figure are relative to wild-type.

Figure: 模拟基因敲除（看哪些基因对生物质量生长有重要影响）

某种产品或者某个产业对环境造成的负担

- 问题：旅游业造成了多少二氧化碳的排放?
- 直接排放（旅游者的排放、旅游车的排放，3%）和间接排放（购买的产品和服务、生产这些产品和服务的原材料的生产的排放），8%

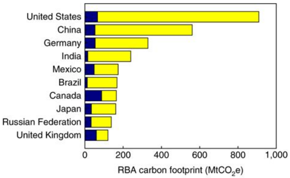


Figure: 综合了直接和间接排放估算出来的国内和国际旅游的排放量

本研究以及之外

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

- 经济学、科学学、环境科学等多个领域的部门影响力和相互影响的问题的解决
- 以每个具体领域的问题为导向的研究，找到和发展适合这个问题的数学结构
- 提出一个一般的方法、开辟一个方向，很多后续的工作可以展开
- 继承和发展的核心思想
    - Leontief的投入产出
    - Narin的科学研究以及科学研究与技术之间的相互影响
    - 来自于网络科学以及PageRank算法的传递
    - 系统科学的"系联"的思想：从孤立到有联系，从直接联系到间接联系，从个体到整体

请提问

$$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$$

- 团队成员：沈哲思、李梦辉、杨立英、狄增如、郭金忠、汪明、刘凯等
- 感谢中国科学院文献情报中心、APS编辑部在数据方面的协助
- 感谢大家的时间
- 更多信息请访问"大物理研究团队"广义投入产出分析词条。

讨论班主要内容

$\frac{e^{\pm\beta H}}{Z}$

- 学习投入产出分析经典教材一本，Miller, R., & Blair, P. Input–output analysis: Foundations and extensions
- 学习代表前人的投入产出分析最近发展的研究论文
- 学习我们自己广义投入产出分析文章
- 学习分析程序的使用
- 以上材料列表见big physics"广义投入产出分析"条目
- 讨论方法的应用